



Instituto de Ingeniería del  
Agua y Medio Ambiente



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA

# APLICACIÓN DE UN PROCESADOR BAYESIANO PARA LA EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PREDICTIVA MEDIANTE COMBINACIÓN DE MODELOS HIDROLÓGICOS EN LA PREDICCIÓN DE CRECIDAS EN TIEMPO REAL

Juan Camilo Múnera<sup>1</sup>, Gabriele Coccia<sup>2</sup>, Félix Francés<sup>1</sup>, Ezio Todini<sup>2</sup>

<sup>1</sup> **Universidad Politécnica de Valencia**

Instituto de Ingeniería del Agua y el Medio Ambiente

Grupo de Investigación de Hidráulica e Hidrología

<http://lluvia.dihma.upv.es>

<sup>2</sup> **Universidad de Bolonia**

Departamento de Ciencias de La Tierra y Geológico Ambiental

<http://www.geomin.unibo.it/index.aspx>

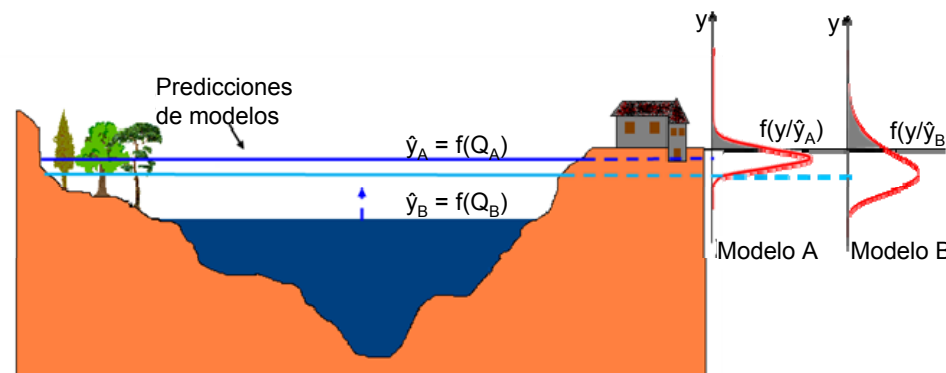
- En las últimas décadas ha crecido el interés en incorporar la evaluación de la incertidumbre a las predicciones realizadas con modelos.
- Procesos de toma de decisión bajo incertidumbre, importantes en:
  - Emisión de alertas de inundación o por avenidas torrenciales.
  - Operación de embalses (escenarios de avenidas).
  - Consecuencias económicas y sociales derivadas del manejo de emergencias.
- Tales decisiones se deben tomar considerando:
  - Toda la información que se puede obtener sobre el evento futuro:
    - Previsiones meteorológicas .
    - Predicciones de modelos hidrológicos, hidráulicos, ANN (u otros), asimilables a una representación de la realidad, no a la realidad en sí misma!
  - La incertidumbre predictiva del evento futuro desconocido (fdp).

- Las predicciones de los modelos no pueden tomarse a la ligera, ya que están afectadas por errores de diversas fuentes:
  - De medición de la variable a predecir (Nivel, Caudal, Vol.) y de otras variables relacionadas (precipitación, temperatura, ETP).
  - Las condiciones de contorno o de estado inicial del sistema.
  - La estructura de los modelos (inherente a los mismos).
  - Los parámetros de los modelos.
  
- Las predicciones de los modelos aportan información útil sobre:
  - La posible ocurrencia de un evento que se puede desarrollar en el horizonte de tiempo de previsión.
  - La magnitud del evento.
  - Tiempos característicos, como el tiempo al pico de un hidrograma o el que debe transcurrir para sobrepasar un umbral de interés.

## Por tanto...

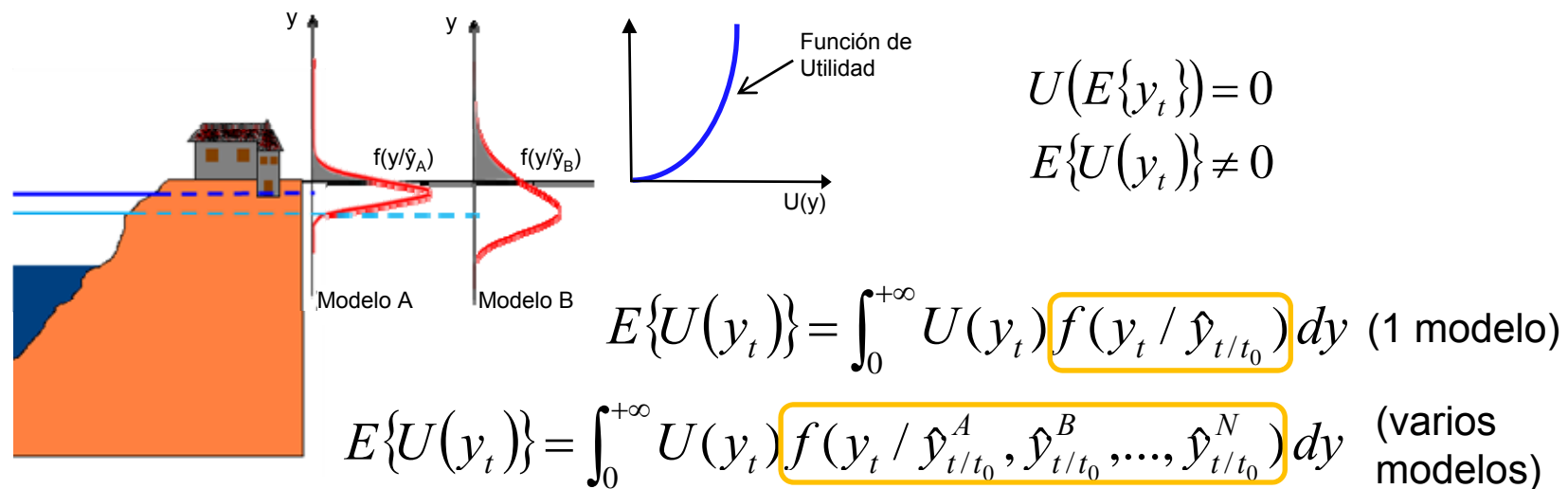
- Resulta fundamental:
  - Aceptar que los modelos pueden tener mayor o menor grado de acierto sobre las principales características de una avenida.
  - Reconocer que el conocimiento sobre la evolución futura de una avenida es limitado y de naturaleza incierta, aún en casos ideales.
  - Notar que lo que causará los daños en caso de inundación es la ocurrencia futura real de un caudal o nivel de agua y no la predicción realizada con el modelo.
  
- En consecuencia debemos:
  - Asignar a las predicciones de los modelos disponibles, una medida de la incertidumbre que indique *con qué probabilidad* puede ocurrir un evento futuro tal que *supere un cierto umbral de interés*, por ejemplo: el nivel de una margen, un dique de protección o un nivel de alerta (o el caudal asociado a los mismos), *condicionada a las predicciones*.

- La IP se define como la probabilidad de ocurrencia del valor futuro de un *predictando* (tal como el nivel, caudal, volumen, etc.) **condicionada** a toda la información y conocimiento que se puede adquirir en el momento actual sobre ese valor futuro específico.
  - La IP se obtiene mediante un proceso de aprendizaje inferencial, y debe ser cuantificada en términos de una fdp.
  - La información deducible, normalmente está encapsulada en la forma de uno o más modelos de predicción hidrológicos, hidráulicos (u otros). En el caso de un único modelo, la IP se puede escribir como:  $f(y/\hat{y})$



(Adaptado de Todini y Coccia, 2010)

- De acuerdo a esta teoría, para tomar una decisión racional se deberían seguir los siguientes pasos:
  - Definir una función de utilidad que incluya la percepción de los tomadores de decisiones sobre las posibles pérdidas (humanas, económicas, etc.).
  - Cuantificar la fdp que representa la IP.
  - Minimizar el valor esperado de la función de Utilidad.



- Algunos procesadores de incertidumbre propuestos:
  - Krzysztofowicz (1999) introduce el *Hydrologic Uncertainty Processor* (HUP). Fue la primera vez que la IP fue formulada y usada en predicción hidrológica (Todini y Coccia, 2010).
  - Raftery et al (2003) combina predicciones realizadas con varios modelos mediante la técnica *Bayesian Model Averaging* (BMA).
  - Todini (2008) propone una metodología Bayesiana denominada *Model Conditional Processor* (**MCP**), basada en una aproximación multi-Normal.
  
- El **MCP** puede asimilarse como una extensión de la aproximación Bayesiana HUP, así como una generalización del método BMA.
  - Ventajas respecto a otras aproximaciones:
    - Es posible combinar predicciones de modelos de diferentes tipologías.
    - Permite evaluar la IP total combinando la incertidumbre meteorológica (previsión de la lluvia) e hidrológica (transformación lluvia - escorrentía).

- Transformación NQT (Krzysztofowicz, 1999):

- Observados :  $y$
- Predicciones:  $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N$

$$\xrightarrow{\text{NQT}} \begin{cases} \eta \\ \hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_N \end{cases}$$

- Observados:  $P(y < y_i) = P(\eta < \eta_i) = \frac{i}{m+1} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad ; \quad y_i < y_{i+1}$
- Predicción modelo 1:  $P(\hat{y}_1 < \hat{y}_{1,j}) = P(\hat{\eta}_1 < \hat{\eta}_{1,j}) = \frac{j}{m+1} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad ; \quad \hat{y}_{1,j} < \hat{y}_{1,j+1}$

- Al realizar esta transformación NQT:

- Las distribuciones marginales de las nuevas variables son  $N(0,1)$ .
- Las imágenes de las variables se relacionan de manera lineal en el campo transformado (hipótesis).
- Para un modelo de predicción, la fdp conjunta en el campo Normal entre las nuevas variables  $(\eta \text{ y } \hat{\eta})$  se asume Normal bivariada. Para varios modelos la fdp conjunta multivariada entre  $(\eta, \hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_N)$  es multi-Normal.



- La distribución predictiva del evento futuro condicionada a la predicción de un modelo en el campo Normal (T. de Bayes):

$$f(\eta/\hat{\eta}) = f(\eta, \hat{\eta}) / f(\hat{\eta}) \quad (1)$$

- La distribución conjunta en el campo Normal tiene momentos:

➤ Media:  $\mu_{\eta, \hat{\eta}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

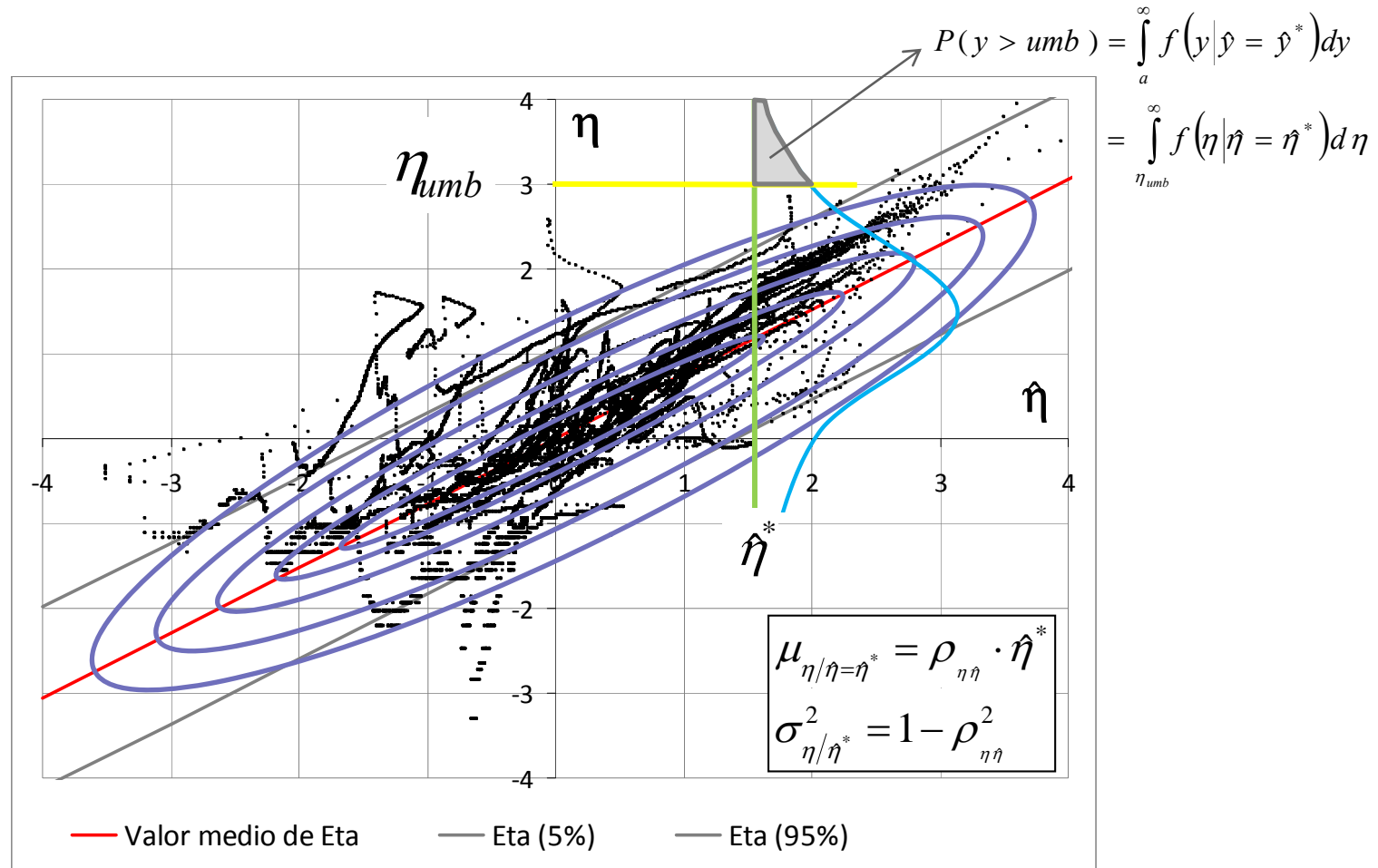
➤ Varianza:  $\Sigma_{\eta, \hat{\eta}} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{\eta, \hat{\eta}} \\ \sigma_{\eta, \hat{\eta}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{\eta, \hat{\eta}} \\ \rho_{\eta, \hat{\eta}} & 1 \end{bmatrix}$  (marginales de  $\eta$  y  $\hat{\eta} \sim N(0, 1)$ )

- La fdp predictiva que resulta de (1) es una Normal con momentos:

$$\mu_{\eta/\hat{\eta}} = \rho_{\eta\hat{\eta}} \cdot \hat{\eta}$$

$$\sigma_{\eta/\hat{\eta}}^2 = 1 - \rho_{\eta\hat{\eta}}^2$$

# Ejemplo caso bivariado (1 modelo)



- La distribución predictiva (del evento futuro condicionada a las predicciones) en el campo Normal según el T. de Bayes:

$$f(\eta/\hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_N) = f(\eta, \hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_N) / f(\hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_N) \quad (2)$$

- La ecn. (2) conduce a una fdp predictiva Normal con momentos:

➤ Media:  $\mu_{\eta/\hat{\eta}} = \sum_{\eta\hat{\eta}} \sum_{\hat{\eta}\hat{\eta}}^{-1} \hat{\eta}$

➤ Varianza:  $\sigma^2_{\eta/\hat{\eta}} = \sum_{\eta\eta} - \sum_{\eta\hat{\eta}} \sum_{\hat{\eta}\hat{\eta}}^{-1} \sum_{\eta\hat{\eta}}^T$   
 $= 1 - \sum_{\eta\hat{\eta}} \sum_{\hat{\eta}\hat{\eta}}^{-1} \sum_{\eta\hat{\eta}}^T$

En las ecuaciones anteriores:

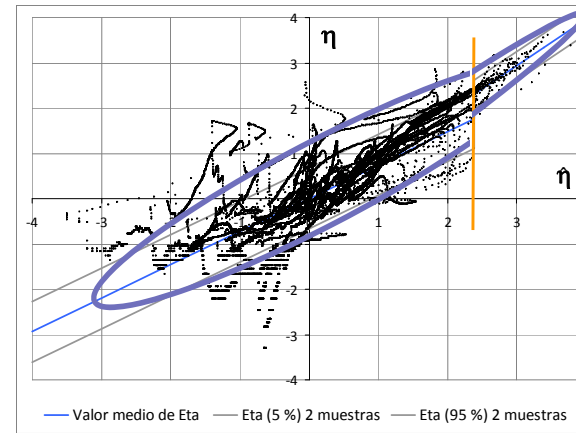
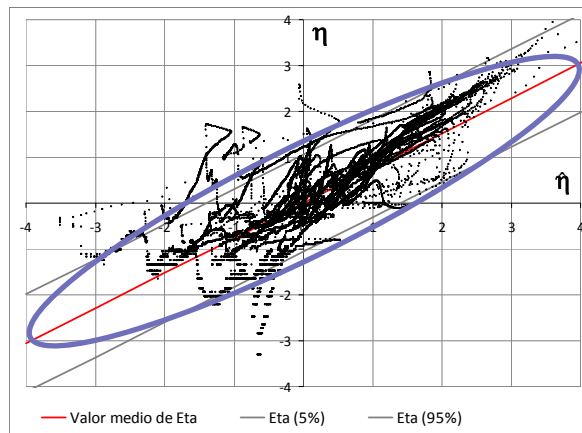
$$\sum_{\eta\eta} = 1$$

$$\sum_{\eta\hat{\eta}} = \begin{bmatrix} \rho_{\eta\hat{\eta}_1} & \rho_{\eta\hat{\eta}_2} & \dots & \rho_{\eta\hat{\eta}_N} \end{bmatrix}$$

$$\sum_{\hat{\eta}\hat{\eta}} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{\hat{\eta}_1\hat{\eta}_2} & \dots & \rho_{\hat{\eta}_1\hat{\eta}_N} \\ \rho_{\hat{\eta}_2\hat{\eta}_1} & 1 & \cdot & \rho_{\hat{\eta}_2\hat{\eta}_N} \\ \vdots & \cdot & \ddots & \vdots \\ \rho_{\hat{\eta}_N\hat{\eta}_1} & \dots & \rho_{\hat{\eta}_N\hat{\eta}_{N-1}} & 1 \end{bmatrix}$$

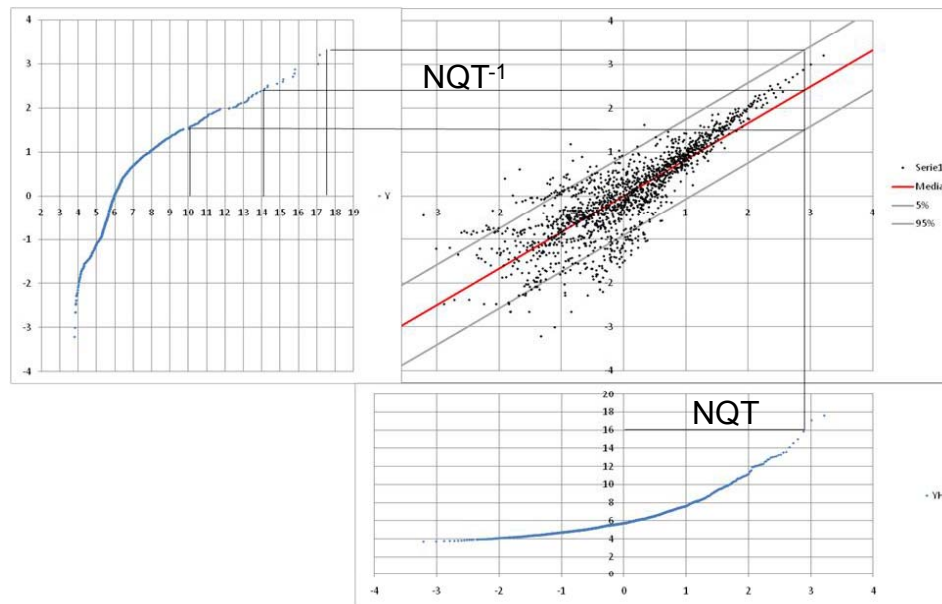
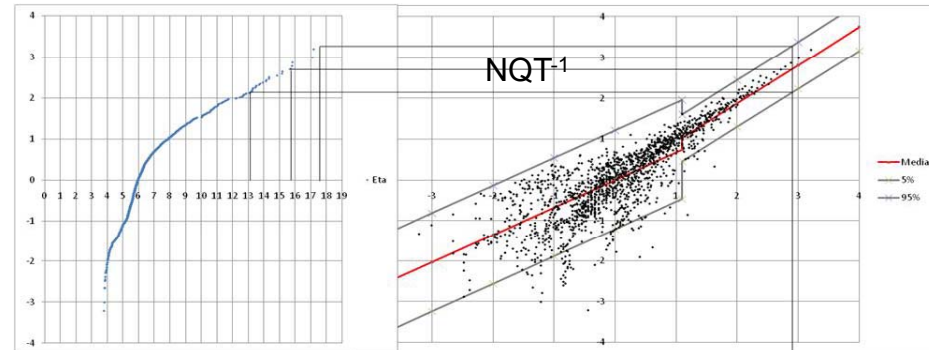
# Mejora del MCP: separación en dos distribuciones conjuntas Normales truncadas

- **Problema:** En avenidas interesa representar bien los valores máximos, pero:
  - Los modelos tienden a describir de forma diferenciada los caudales medios y bajos de los caudales altos (crecidas).
  - Los últimos normalmente tienen menor frecuencia en la serie histórica.
- **Solución propuesta:** dividir los datos en dos muestras en el espacio Normal, asumiendo que cada una de ellas hace parte de una distribución Normal truncada.

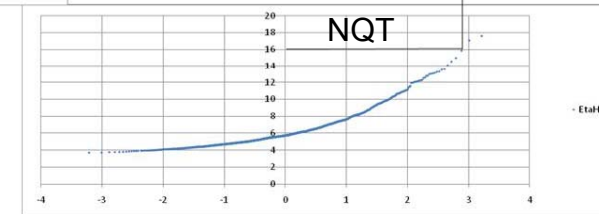


- Ejemplo: nivel en un Río

Suposición:  
Homocedasticidad del error



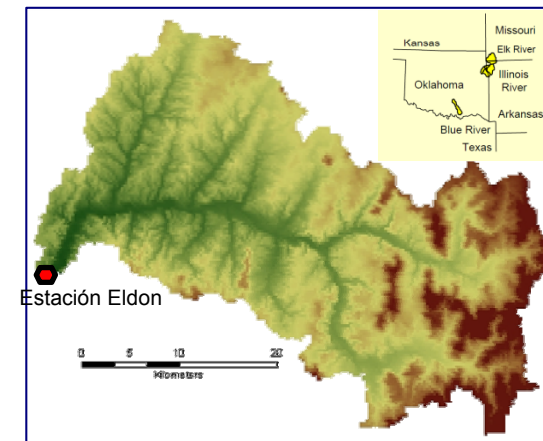
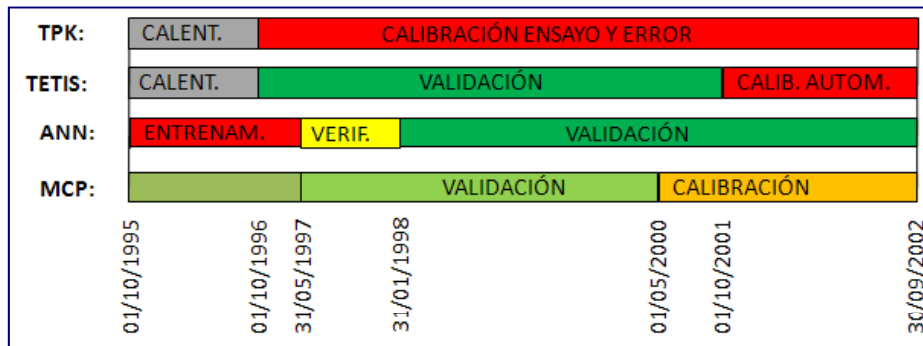
Suposición:  
Heterocedasticidad del error



# Aplicación MCP

## Proyecto DMIP2, cuenca Baron Fork

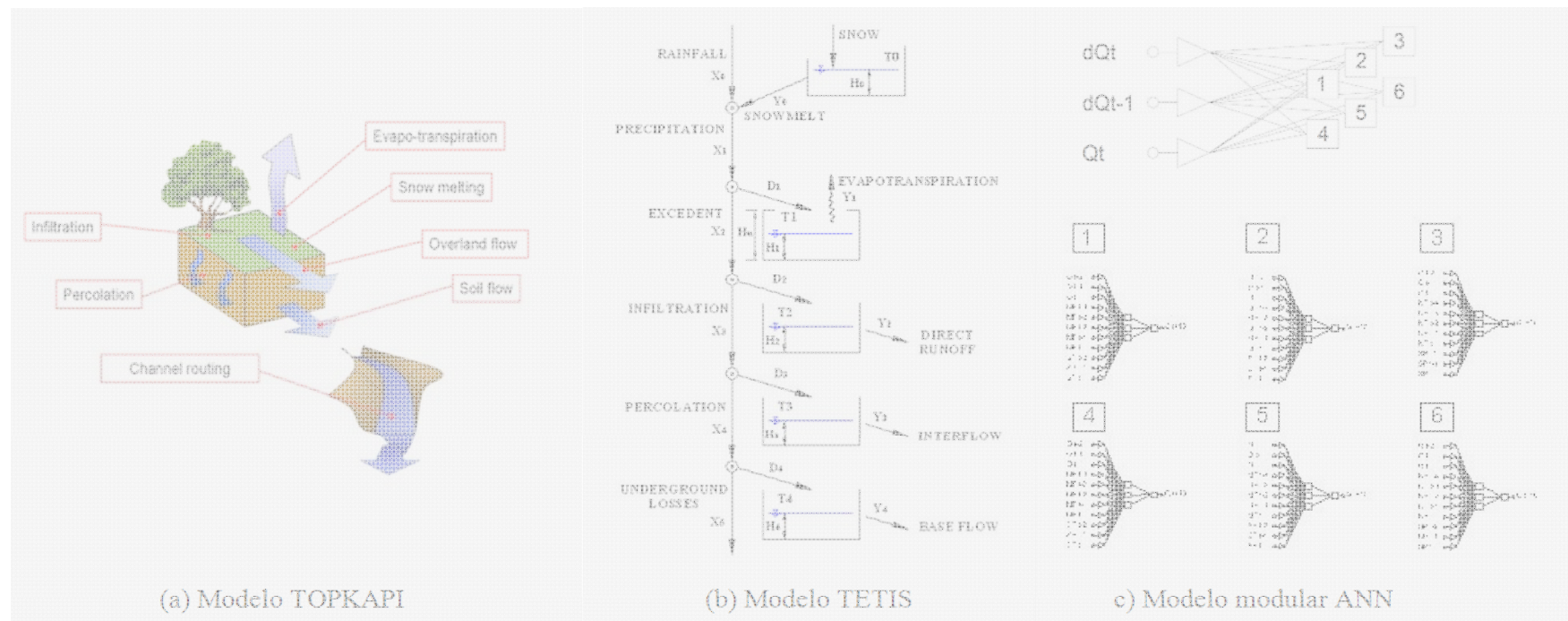
- Proyecto DMIP2 (NOAA/NWS). Este proyecto surge del interés en incorporar modelos distribuidos a la predicción de avenidas.
- Cuenca del río Baron Fork en Eldon, Ok (EEUU).
  - Clima semiárido con presencia de tormentas convectivas y poca precipitación en forma de nieve. Descripción completa (Smith et al, 2004).
  - Información cartográfica de parámetros físicos y ambientales.
  - Series horarias de caudal, precipitación a partir de Radar (NEXRAD), temperatura y ETP del Reanalysis (NCEP-NCAR).
- Predicción a  $T_0+6$  horas.



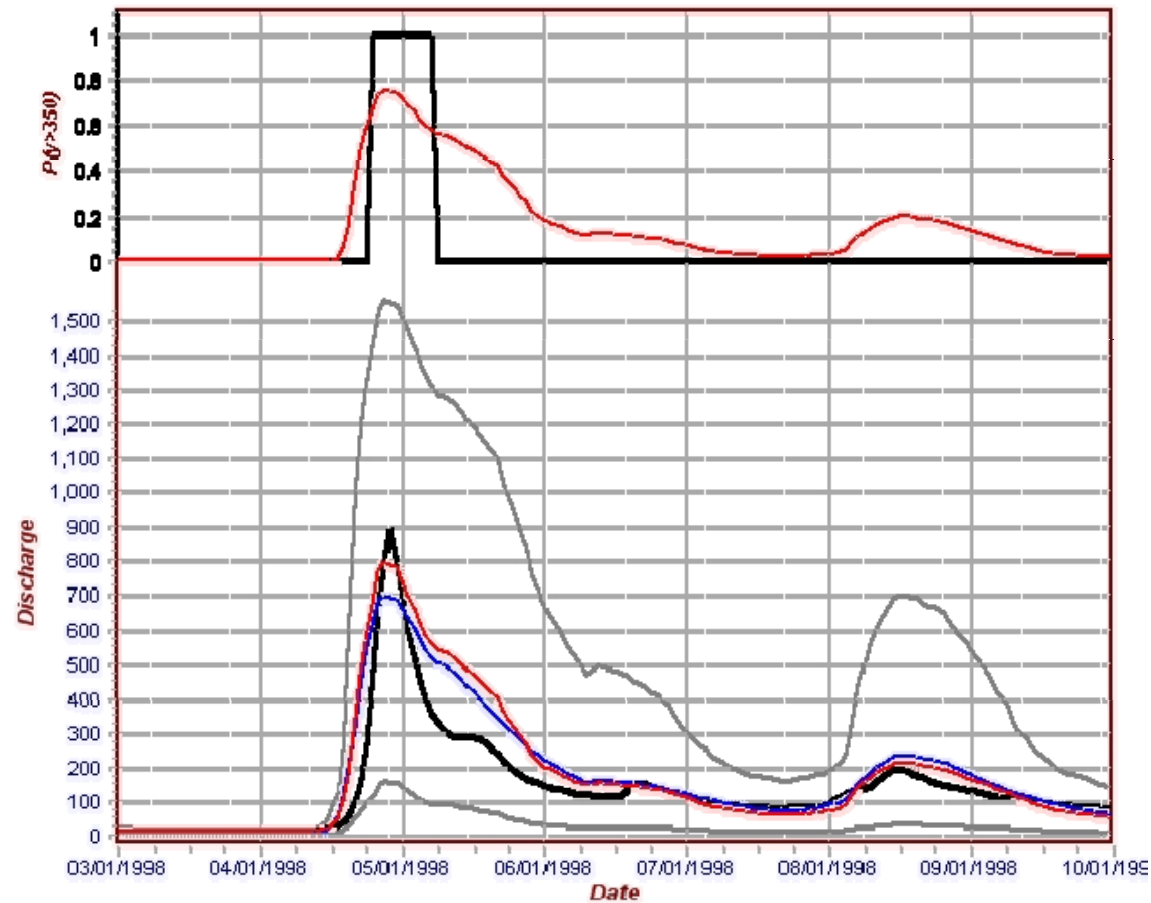
# Aplicación MCP, cuenca Baron Fork (DMIP2)

## Los modelos de predicción

- En el estudio se han utilizado tres modelos:
  - (a) M.H. distribuido y de base física TOPKAPI (U.de B.)
  - (b) M.H. distribuido de base física TETIS v.7.3 (U.P.V.)
  - (c) M. modular ANN (Pujol et al, 2009)

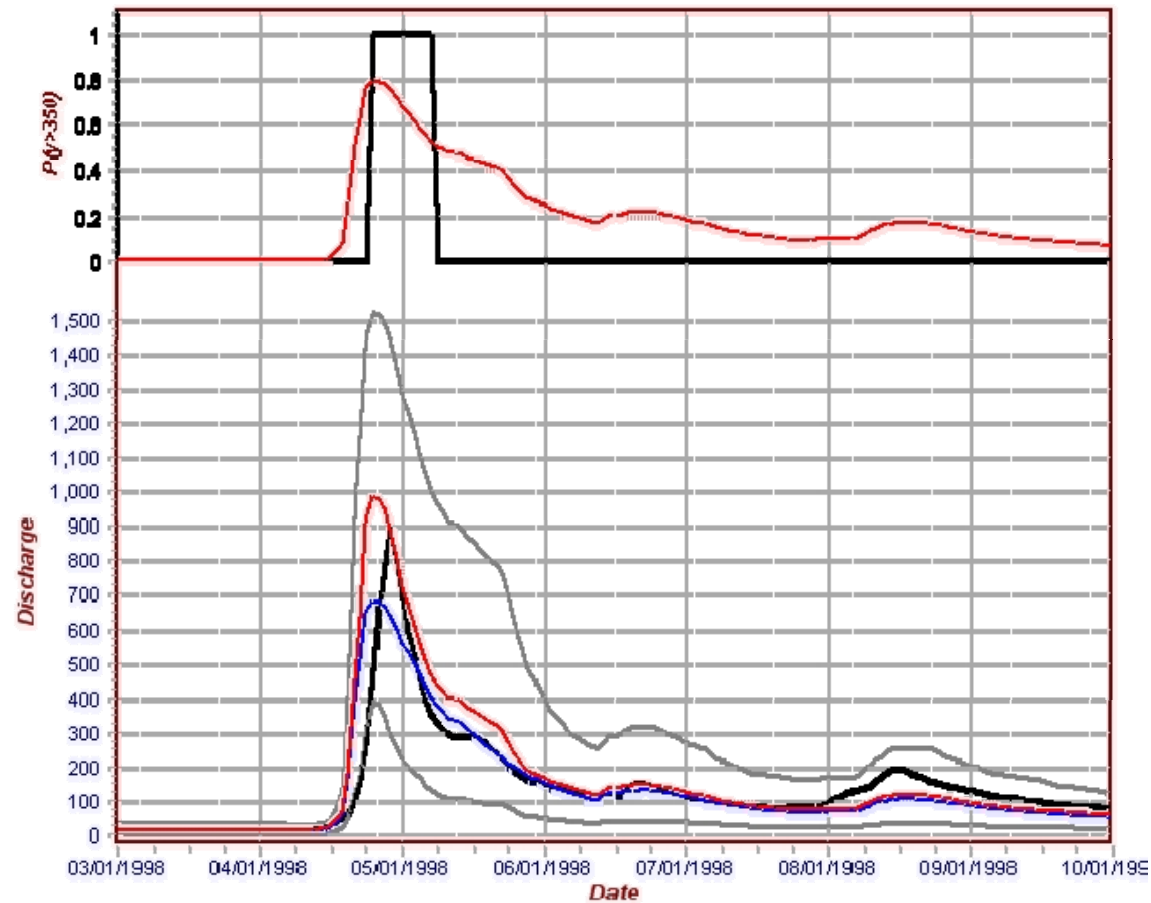


- Modelo TOPKAPI

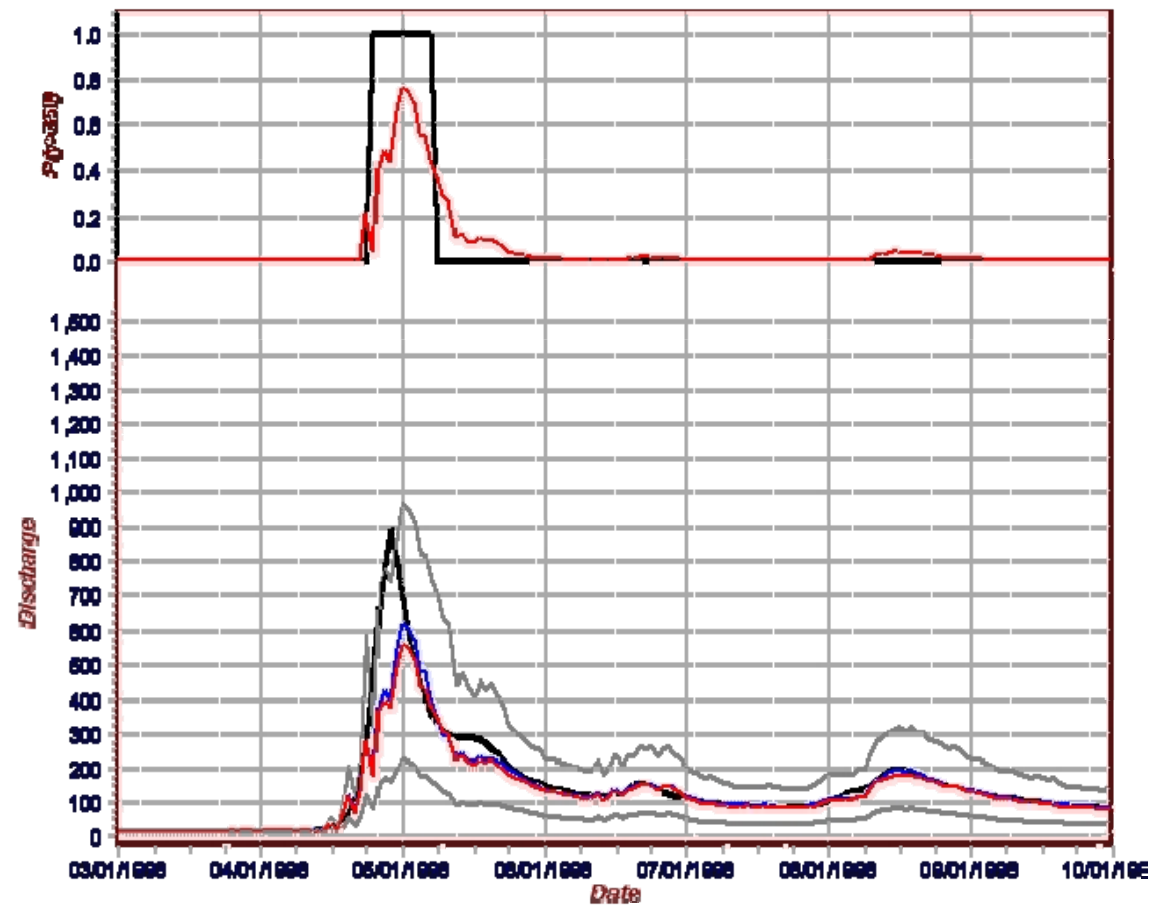




- Modelo TETIS

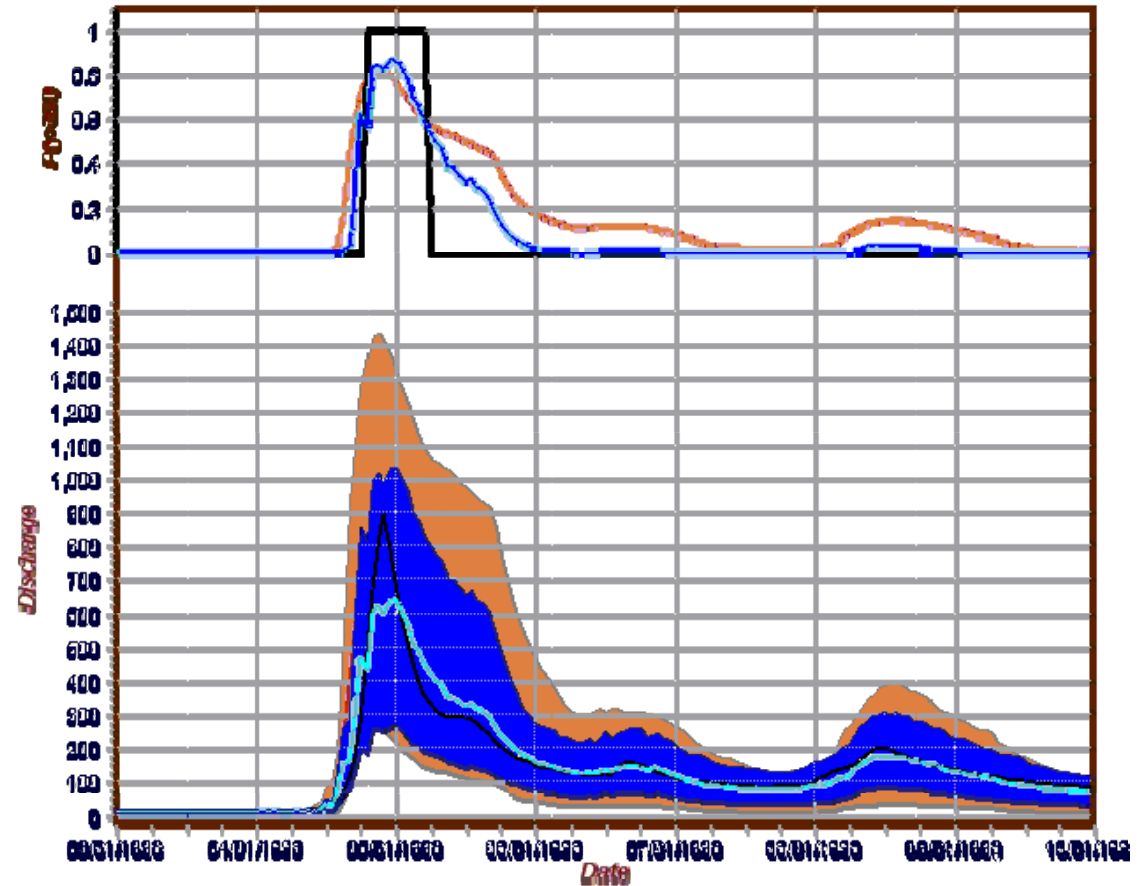


- Modelo ANN



# Resultados aplicación MCP, cuenca Baron Fork (DMIP2)

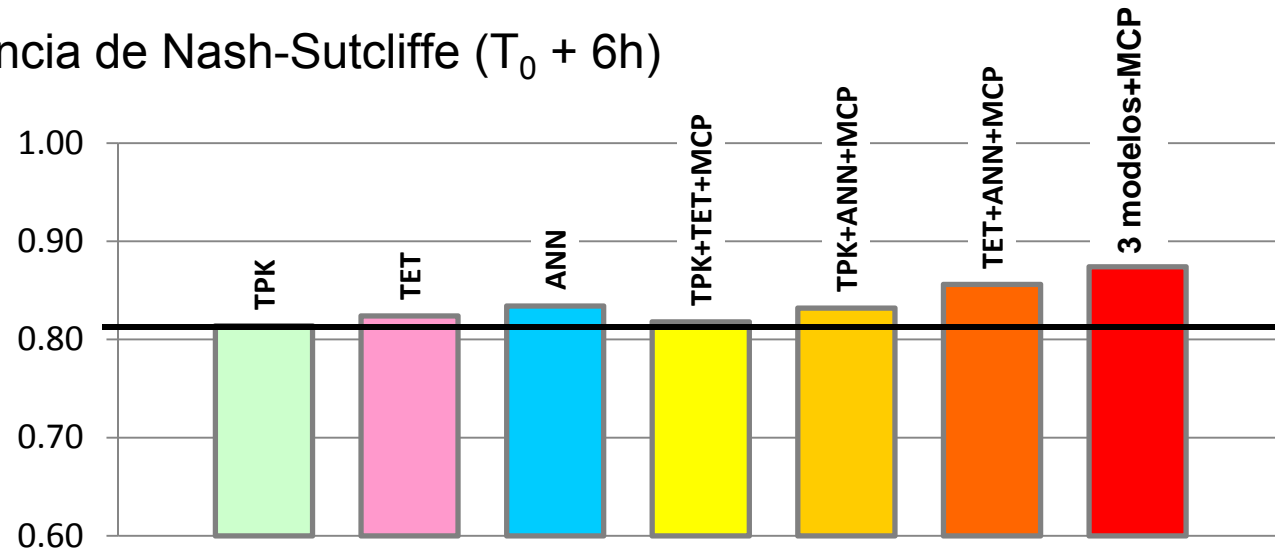
- 2 modelos:  
TOPKAPI+TETIS
- 3 modelos  
TOPKAPI+TETIS+ANN



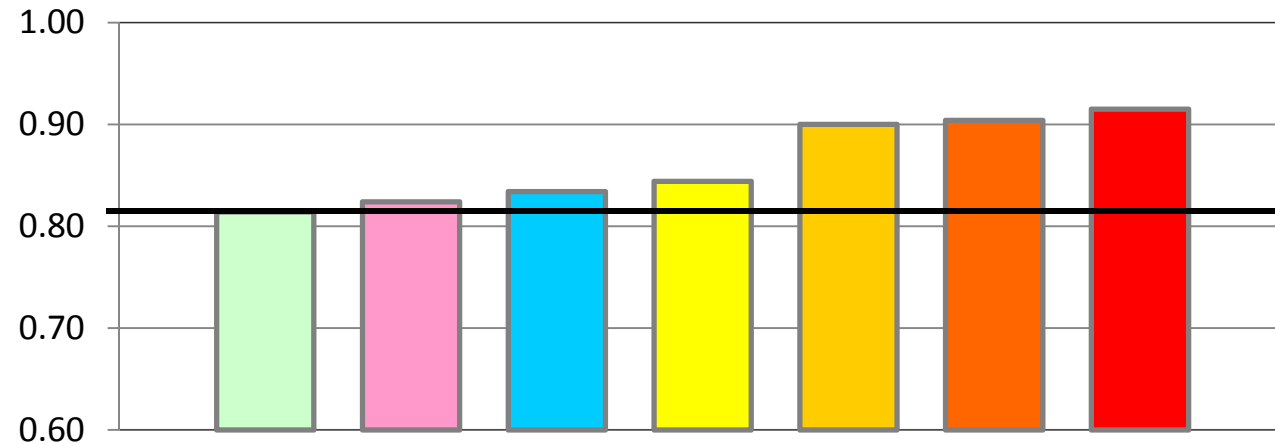
# Resultados aplicación MCP, cuenca Baron Fork (DMIP2)

Índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe ( $T_0 + 6h$ )

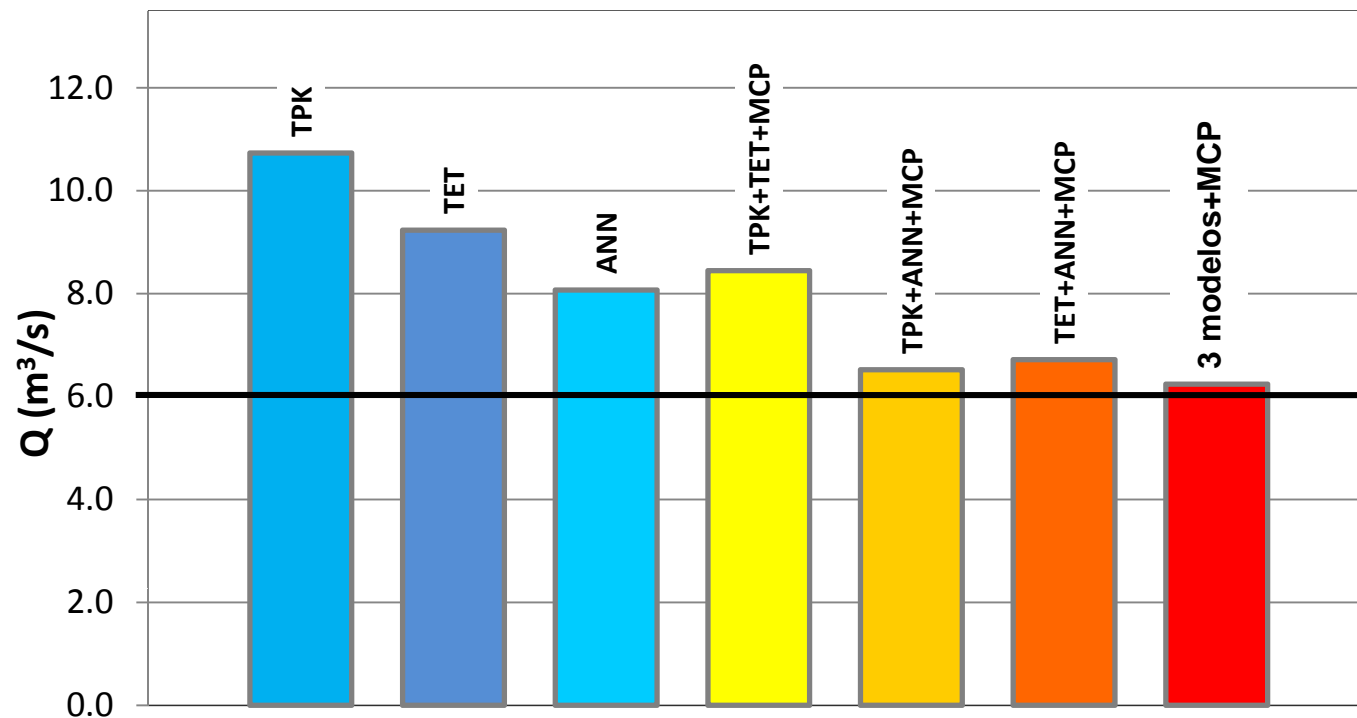
Sin usar distribuciones conjuntas truncadas



Usando distribuciones conjuntas truncadas



Desviación típica del error de predicción ( $T_0 + 6h$ )



- Para implementar una estrategia adecuada de toma de decisiones en el manejo de emergencias por avenidas basada en el valor esperado de una función de utilidad (pérdidas), es necesario estimar la incertidumbre predictiva asociada a las predicciones.
- El procesador de incertidumbre MCP propuesto (Todini, 2008) es una herramienta bayesiana robusta para evaluar la IP asociada a la predicción de uno o varios modelos.
- La metodología MCP se ha aplicado a la cuenca Baron Fork del proyecto DMIP2 demostrando la utilidad de la misma y la reducción de incertidumbre al aplicarla a más de un modelo.
- La separación de la distribución conjunta en dos muestras demuestra ser una manera efectiva de tratar el problema de la heterocedasticidad de los errores y conduce a una estimación más realista de la incertidumbre en todo el rango de valores.

---

# Gracias por la atención!

**AGRADECIMIENTO:** El presente trabajo ha sido subvencionado por el Ministerio español de Ciencia e Innovación a través de los proyectos “FloodMed” (CGL2008-06474-C02-02/BTE) y Consolider-Ingenio “SCARCE” (2010-CSD2009-00065)